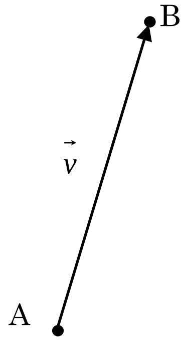
## ベクトルとあたり判定

### 基本公式

ベクトルの基本の式。




$$A + \vec{v} = B$$
$$\vec{v} = B - A$$

足し算、引き算はそれぞれの要素を足す。

$$\vec{a} = (x_a, y_a), \vec{b} = (x_b, y_b)$$
$$\vec{a} + \vec{b} = (x_a + x_b, y_a + y_b)$$
$$\vec{a} - \vec{b} = (x_a - x_b, y_a - y_b)$$

絶対値はベクトルの長さを表す。

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

### 内積・外積の式

内積　$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

外積　$\vec{a} \times \vec{b} = x_a y_b - y_a x_b = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$

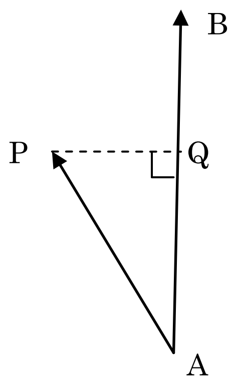
内積は交換法則が成り立つが、外積は成り立たない。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$
$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

### 内積・外積は何を示すか

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP} = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AP}|\cos\theta = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AQ}|$$
$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AP} = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AP}|\sin\theta = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{QP}|$$

（但し、$0° \leqq \theta \leqq 90°$）




内積とは AB の方向にどれだけ進んでいるか。
外積とは AB とどれだけ離れているかを表す。

特に AB の長さが 1 ならば、直接の距離を表す。
内積は AB と AP が直角なら 0、AB の逆方向なら負になる。
外積は、点 P が直線 AB の左にあれば正、右にあれば負になる。
外積が 0 ならば、点 P が直線 AB 上にあることを示す。
（右、左の表現は x は右が正、y は上が正の時である。）

## 直線と点の距離

直線 AB と点 P の距離＝$\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AP}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}$

## 線分の交差判定

線分 AB と線分 CD が交差するかは、四角形 ACBD が凸型四角形かどうかで判断する。
点 A、点 B、点 C、点 D が同一直線状にある時、外積がすべて 0 となる。
このとき、AB を対角頂点とした矩形と CD を対角頂点とした矩形で判定する必要がある。

## 直線の交点

直線 AB と直線 CD の交点を P とすると

$c=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}, d=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}$

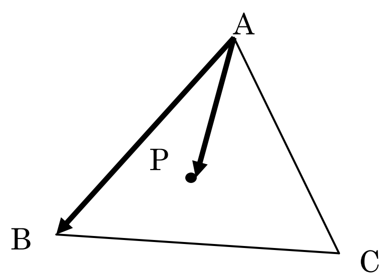
$P=C+\dfrac{c}{c-d}\overrightarrow{CD}$

## 凸型多角形の内包判定

三角形 ABC と点 P があるとき以下の条件を満たすと
点 P は三角形 ABC の内部にある。

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AP}>0, \overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BP}>0, \overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{CP}>0$

または、$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AP}<0, \overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BP}<0, \overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{CP}<0$




## 多角形の周り方向

最も x が小さく、その中で y が小さい頂点を選ぶ。
その点を C とすると、

$\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{CD}>0$　時計回り

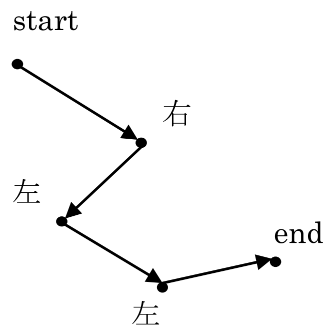
$\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{CD}<0$　反時計回り

# 紐と杭のあたり判定

## データの持ち方

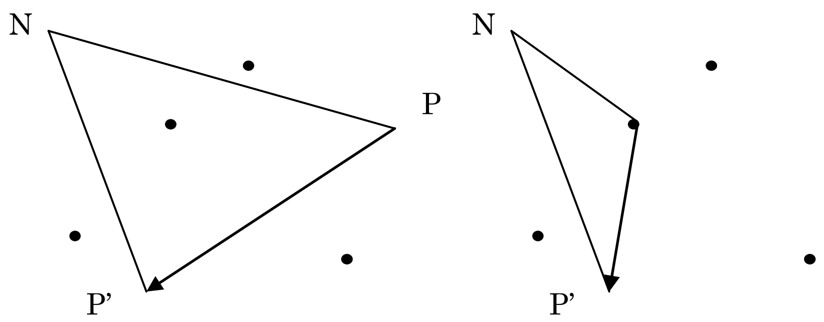
杭ごとのノードを持ち、右引っ掛かり、左引っかかりを管理する。
外積を使い、次の点が右、左のどちらにあるか調べればよい。
直線状にある場合は、引っ掛かっているものとみなす。

判定は、引っ掛かり判定→外れ判定の順で行う。
以下、終点が動いた場合の引っ掛かり判定、外れ判定を解説する。

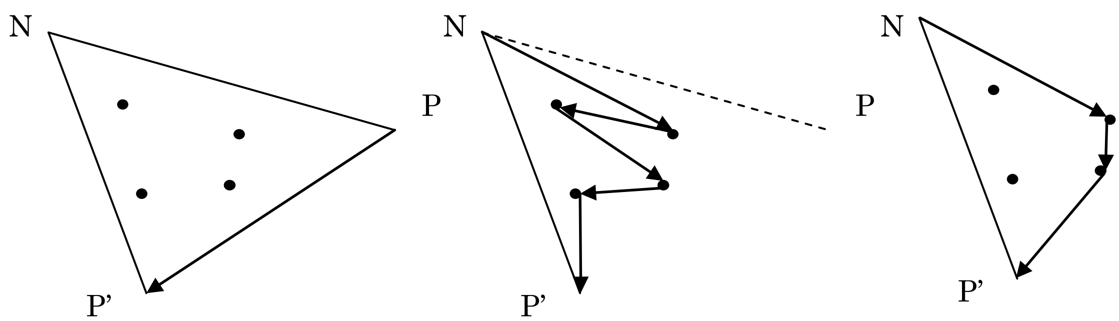



## 引っ掛かり判定

移動元 P、移動先 P'、最近ノード N の三角形の内部に
引っ掛かりポイントがある場合、それに引っかかるとみなす。

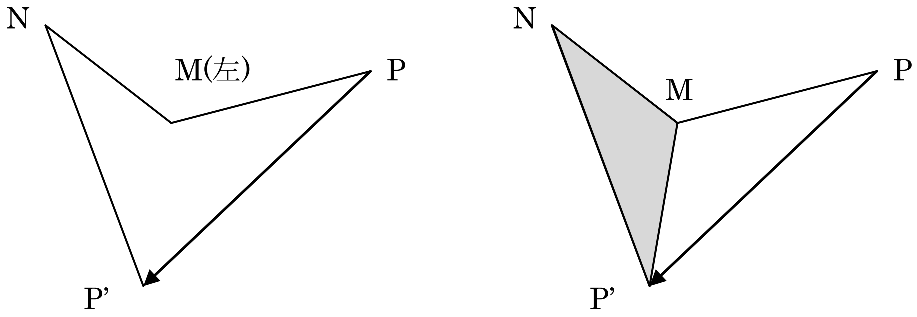



引っ掛かりポイントが複数ある場合は、線が交差しないようにひっかける。
その後、逆引っ掛かりポイントを外す。
線を交差しないように点を取る方法としては、
直線 NP に近い順で、同じなら N と近い順という方法を使う。

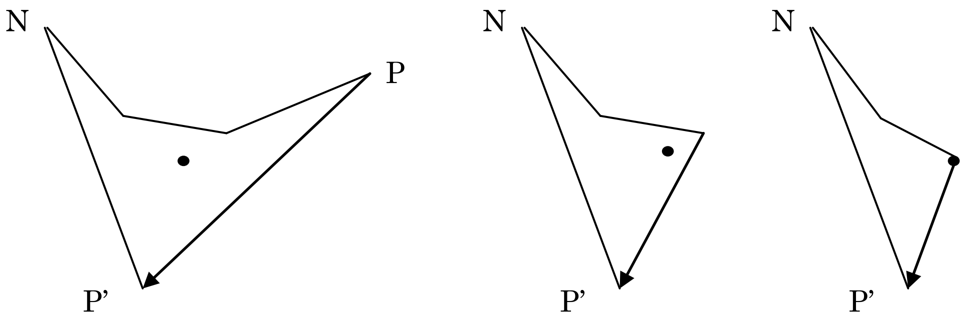


## 外れ判定

外れ判定は、ノードに割り当てられた向きと逆に引っ掛かっているかチェックする。
以下の場合、△MPP’に関しては、引っ掛かり判定でチェックしているので、
外れ判定が成立した後、M が P’に移動したものとして引っ掛かりチェックを行う。

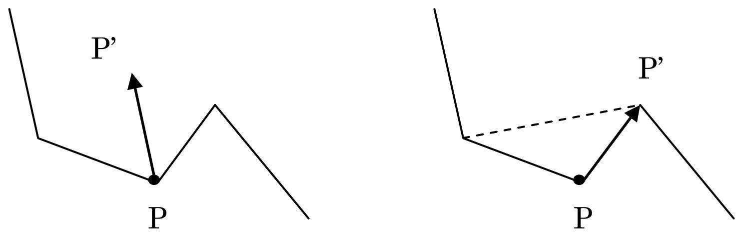



外れ判定が発生したら、それによる引っ掛かり判定を行った後、
さらに外れ判定をさかのぼって行う。




## 途中の点が動いた時の判定

途中の点が動いた場合、その移動によって移動した点が外れてしまう場合は、
次のノードに移動したものとして引っ掛かり判定/外れ判定を行う。




移動によって外れない場合は、ロープ全体を 2 つにわけ、それぞれに対して判定を行う。